

Тукмаков Д. А.
D. A. Tukmakov

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ МОНОДИСПЕРСНОГО АЭРОЗОЛЯ
В АКУСТИЧЕСКОМ РЕЗОНАТОРЕ С РАЗЛИЧНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ДИСПЕРСНОЙ
ФАЗЫ**

**NUMERICAL MODELING OF MONODISPERSE AEROSOL VIBRATIONS IN AN ACOUSTIC
RESONATOR WITH DIFFERENT DISPERSE PHASE PARAMETERS**

Тукмаков Дмитрий Алексеевич – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник ИММ Казанского научного центра Российской академии наук (Россия, Казань); тел. 8(965)600-67-63. E-mail: tukmakovda@imm.knc.ru.

Dmitry A. Tukmakov – PhD in Physics and Mathematics, Researcher, Kazan Scientific Center of the Russian Academy of Sciences (Russia, Kazan); tel. 8(965)600-67-63. E-mail: tukmakovda@imm.knc.ru.

Аннотация. В данной работе численно моделируется динамика монодисперсной газозвеси в акустическом резонаторе закрытого типа на частоте второго линейного резонанса. Течение многофазной среды рассматривалось в осесимметричном случае. Несущая среда описывается как вязкий сжимаемый теплопроводный газ. Математическая модель реализует континуальную методику моделирования динамики неоднородных сред – для несущей среды и дисперсной фазы решалась полная гидродинамическая система уравнений движения, учитывался обмен импульсом и теплообмен между несущей средой и дисперсной фазой. Система уравнений динамики монодисперсной газозвеси включает в себя уравнения непрерывности плотности, уравнения сохранения пространственных составляющих импульса несущей среды и дисперсной фазы, уравнения сохранения энергии. Для дисперсной фазы вводится понятие средней плотности – произведения объёмного содержания на физическую плотность материала. Объёмное содержание является функцией временной и пространственных переменных, физическая плотность материала является постоянной величиной. Уравнения математической модели решались явным конечно-разностным методом Мак-Кормака. Для подавления численных осцилляций применялась схема нелинейной коррекции. Рассмотрено влияние дисперсности частиц и объёмного содержания дисперсной фазы на динамику несущей среды и дисперсной фазы газозвеси.

Summary. In this paper, the dynamics of a monodisperse gas suspension in a closed-type acoustic resonator at the frequency of the 2nd linear resonance is numerically simulated. The flow of a multiphase medium was considered in an axisymmetric case. The carrier medium is described as a viscous compressible heat-conducting gas. The mathematical model implements a continuum technique for simulating the dynamics of inhomogeneous media: a complete hydrodynamic system of equations of motion was solved for the carrier medium and the dispersed phase, and momentum exchange and heat exchange between the carrier medium and the dispersed phase were taken into account. The system of equations for the dynamics of a monodisperse gas suspension includes the equations of density continuity, equations of conservation of spatial components of the momentum of the carrier medium and the dispersed phase, and equations of conservation of energy. For the dispersed phase, the concept of average density is introduced – the product of the volume content and the physical density of the material. The volume content is a function of time and spatial variables, the physical density of the material is a constant. The equations of the mathematical model were solved by the explicit finite-difference McCormack method. A nonlinear correction scheme was used to suppress numerical oscillations. The influence of particle dispersion and volume content of the dispersed phase on the dynamics of the carrier medium and the dispersed phase of the gas suspension was considered.

Ключевые слова: численное моделирование, газозвеси, акустический резонатор, межфазное взаимодействие.

Key words: numerical modeling, gas suspensions, acoustic resonator, interphase interaction.

Работа выполнена за счёт гранта Академии наук Республики Татарстан, предоставленного молодым кандидатам наук (постдокторантам) с целью защиты докторской диссертации, выполнения научно-исследовательских работ, а также выполнения трудовых функций в научных и образовательных организациях Республики Татарстан в рамках Государственной программы Республики Татарстан «Научно-технологическое развитие Республики Татарстан» (Соглашение № 84/2024-ПД от 16 декабря 2024 г.).

УДК 532.533

Введение. Одной из областей математического моделирования является моделирование динамических процессов в сплошных средах [1–20]. Частным случаем динамических процессов являются резонансные колебания столба газа в трубах и каналах [1]. Так как многие математические модели гидродинамики имеют нелинейный характер, то для интегрирования уравнений применяются численные методы. В некоторых случаях в качестве объекта моделирования рассматриваются течения неоднородных сред. В отличие от классической гидродинамики [2] в гидродинамике неоднородных сред [3] течения определяются взаимодействием между компонентами смеси. В монографии [3] представлена общая теория динамики многофазных сред. В монографии [4] в одномерном приближении без учёта вязкости среды разработаны математические модели и проведены численные расчёты динамики запылённых, газокapельных и порошковых сред. В монографии [5] разработаны магматические модели, численные алгоритмы моделирования и приведены результаты расчётов ударно-волновых и детонационных процессов в газовзвешах металлических частиц. В работе [6] представлен обзор технологий нанесения на поверхности покрытий с помощью дисперсных потоков, движущихся в аэродинамическом и электрическом поле. В статье [7] исследуются возможности повышения эффективности работы аппаратов очистки газодисперсных сред от дисперсных включений. В работе [8] приведены аналитические формулы расчёта перепада давления газа на двухслойных фильтрах. Предложенные аналитические формулы позволяют учитывать такие параметры, как высота фильтровального слоя, размер гранул и каналов в фильтровальном материале, дисперсность и концентрация пыли. В публикации [9] экспериментально исследуются процессы массопереноса частиц аэрозоля в цилиндрической трубе, обнаружено влияние акустических полей на формирование областей концентрирования дисперсных частиц. В статье [10] для описания работы устройств промышленной экологии представлена математическая модель процесса коагуляции капель газокapельной среды под действием акустических полей. Недостаток математической модели состоял в пренебрежении газовой динамикой процесса, поскольку поля скорости несущей среды определялись как фиксированные величины. В работе [11] сделан обзор проблем и особенностей изучения двухфазных потоков. Указывается важность учёта межфазного взаимодействия при описании течений двухфазных сред. В частности, высказывается предположение о преимуществе континуальных математических моделей динамики газодисперсных сред над прочими при описании потоков с большим содержанием дисперсных частиц. В работе [12] численно исследуется влияние динамических процессов двухфазной среды на производительность башенной испарительной градирни. Математическая модель не учитывала двухфазный состав смеси. В публикации [13] исследованы аэродинамические характеристики сухого инерционного пылеуловителя с соосными трубами. Математическая модель основана на численном решении системы уравнений Навье – Стокса однородной среды и не учитывала динамику дисперсных частиц.

Интерес к динамике дисперсных частиц в акустических полях связан с вопросами промышленной экологии, энергетики и химической промышленности. При этом часто в исследованиях пренебрегают многофазным составом моделируемой среды, динамикой газа при исследовании массопереноса частиц или влиянием дисперсных частиц на поток газа. Применяемая в данной работе математическая модель учитывает межфазный теплообмен и межфазный обмен импульсом. В работе исследовано влияние дисперсности частиц на параметры динамики несущей среды и дис-

персных включений при колебаниях аэрозоля в закрытой трубе на частоте второго линейного резонанса закрытой трубы.

Материалы и методы. Математическая модель реализовывала континуальную методику моделирования динамики неоднородных сред, позволяющую учесть межфазный обмен импульсом и энергией с дисперсной фазой [4; 14–16]. В качестве несущей среды рассматривается сжимаемый газ, движение которого описывается системой уравнений Навье – Стокса [17; 18]. В осесимметричной системе координат в двумерном случае [18] система уравнений выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = -\rho v / y, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p - \tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv - \tau_{xy}) = (\rho uv + \tau_{xy}) / y + \alpha \frac{\partial p}{\partial x} - F_x, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv - \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2 + p - \tau_{yy}) = (-\rho v^2 + \tau_{yy}) / y + \alpha \frac{\partial p}{\partial y} - F_y, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left([e + p - \tau_{xx}] u - \tau_{xy} v + \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left([e + p - \tau_{yy}] v - \tau_{xy} u + \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \\ & = \left(-v(e + (1 - \alpha)p - \tau_{yy}) + \tau_{xy} u - \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) / y + \alpha \frac{\partial}{\partial x}(u p) + \alpha \frac{\partial}{\partial y}(v p) - Q - |F_x|(u - u_1) - |F_y|(v - v_1), \end{aligned} \quad (4)$$

$$p = (\gamma - 1) \left(e - 0.5 \rho (u^2 + v^2) \right), e = \rho I + 0.5 \rho (u^2 + v^2),$$

$$\tau_{xx} = \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} D \right), \tau_{yy} = \mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} D \right),$$

$$\tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right),$$

где ρ – плотность; u, v, u_1, v_1 – составляющие скорости несущей и дисперсной среды; e – полная энергия; λ, μ – соответственно коэффициенты теплопроводности и динамической вязкости несущей среды. Величины F_x, F_y, Q задаются законами межфазного трения и теплообмена, $I = RT/(\gamma - 1)$ – внутренняя энергия газа.

Движение дисперсной фазы описывается уравнением сохранения средней плотности [4, 14–16], уравнениями сохранения составляющих импульса и уравнением сохранения внутренней энергии:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial y} = -\rho_1 v_1 / y, \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 u_1 v_1) = -\rho_1 u_1 v_1 / y + F_x + \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1 v_1) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 v_1^2) = -\rho_1 v_1^2 / y + F_y + \alpha \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial(e_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_1 u_1) + \frac{\partial}{\partial y}(e_1 v_1) = -e_1 v_1 / y + Q, \quad (8)$$

$$\rho_1 = \alpha \rho_{10}, \quad e_1 = \rho_1 C_p T_1,$$

где T_1 , e_1 , ρ_1 , α – соответственно температура дисперсной фазы, внутренняя энергия дисперсной фазы, средняя плотность и объёмное содержание; C_p , α_{10} – соответственно теплоёмкость и плотность вещества твёрдой фазы. Все частицы предполагаются одинакового размера и сферической формы. Составляющие силы трения F_x и F_y включают в себя силу аэродинамического сопротивления, динамическую силу Архимеда и силу присоединённых масс и задаются следующим образом [3]:

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{3}{4} \frac{\alpha}{d} C_d \rho \sqrt{(u-u_1)^2 + (v-v_1)^2} (u-u_1) + \alpha \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \\ &\quad + 0.5 \alpha \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u_1}{\partial t} - u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} - v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \right), \\ F_y &= \frac{3}{4} \frac{\alpha}{d} C_d \rho \sqrt{(u-u_1)^2 + (v-v_1)^2} (v-v_1) + \alpha \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \\ &\quad + 0.5 \alpha \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial v_1}{\partial t} - u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} - v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} \right), \\ C_d &= \frac{24}{\text{Re}_{10}} + \frac{4}{\text{Re}_{10}^{0.5}} + 0.4, \quad M_{10} = |\bar{V} - \bar{V}_1| / c, \quad |V| = \sqrt{u^2 + v^2}, \quad |V_1| = \sqrt{u_1^2 + v_1^2}, \\ \text{Re}_{10} &= \rho |\bar{V} - \bar{V}_1| d / \mu, \quad \text{Pr} = \gamma C_p \mu / \lambda, \quad \text{Nu}_1 = 2 \exp(-M_{10}) + 0.459 \text{Re}_{10}^{0.55} \text{Pr}^{0.33}, \\ 0 &\leq M_{10} \leq 2, \quad 0 \leq \text{Re}_{10} < 2 \cdot 10^5, \end{aligned}$$

где C_d – коэффициент аэродинамического сопротивления частиц [4]; M_{10} – относительное число Маха; Re_{10} – относительное число Рейнольдса.

Температура несущей среды находится из уравнения $T = (\gamma - 1)(e/\rho - 0.5(u^2 + v^2))/R$. Внутренняя энергия взвешенной в газе твёрдой фазы определяется как $e_1 = \rho_1 C_p T_1$. В уравнение энергии для несущей фазы входит коэффициент теплопроводности газа λ и тепловой поток за счёт теплообмена между газом и частицей [4]: $Q = 6\alpha \text{Nu}_1 \lambda (T - T_1)/d^2$.

Полученные системы дифференциальных уравнений в частных производных (1) – (8) решались явным конечно-разностным методом Мак-Кормака [17] с расщеплением по пространственным направлениям [18] и схемой нелинейной коррекции [19; 20].

Сопоставление физического эксперимента с численными расчётами проведено в работе [14].

Результаты и их обсуждение. Рассмотрим динамику монодисперсной газовой взвеси при резонансных режимах колебаний несущей среды в закрытой цилиндрической трубе, продольные колебания в которой возбуждаются поршнем, перемещающимся по гармоническому закону (см. рис. 1). В численных расчётах длина трубы составляла $L = 1$ м, диаметр $d = 0.06$ м. Газовая взвесь в начальный момент времени представляет собой смесь воздуха с равномерно распределёнными в объёме резонатора частицами твёрдой фазы – сферами одинакового диаметра с фиксированной плотностью вещества. В начальный момент времени газовая взвесь неподвижна, температуры фаз равны $T_0 = T_{10}$, заданы плотность воздуха, вещества дисперсной фазы и её объёмное содержание α . При $t = 0$ поршень начинал движение по гармоническому закону $x(t) = a \cdot \sin(\omega \cdot t)$, где ω – вторая резонансная частота колебаний газового столба в закрытом акустическом резонаторе [1], $\omega_2 = 2\pi c/L$, $a = 1$ мм.

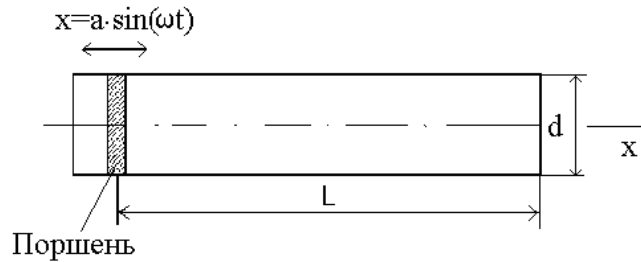


Рис. 1. Схема резонатора

Параметры несущей среды газовой взвеси: $M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль – молярная масса воздуха, теплопроводность несущей среды предполагалась равной $\lambda = 0.02553$ Вт/(м·К), динамическая вязкость несущей среды $\mu = 1.72 \cdot 10^{-5}$ Па·с, $\gamma = 1.4$, $R = 8.31$ Дж/(моль·К). Начальная плотность несущей среды – $\rho_0 = 1.29$ кг/м³. В начальный момент времени и газ, и частицы неподвижны, задана одинаковая температура газа и частиц $T_0 = 293$ К. Скорость звука определялась по формуле $c = \sqrt{M^{-1} \gamma R T}$ и при указанных параметрах несущей среды $c = 342.84$ м/с. Линейная частота колебаний газового столба $\nu_2 = \omega_2 / 2\pi = c/L = 342.84$ Гц. При постановке численных экспериментов задавалась плотность вещества дисперсной фазы $\rho_{10} = 1000$ кг/м³. При расчётах на неподвижных поверхностях, в частности в закрытом конце трубы, все составляющие скорости фаз приравнялись нулю, для остальных газодинамических функций задавались однородные граничные условия второго рода. На оси трубы для составляющих скорости ставились условия симметрии, для плотности, давления и температуры – однородные граничные условия второго рода. На поверхности поршня осевая составляющая скорости изменялась по гармоническому закону, радиальная составляющая скорости приравнялась нулю.

Рассмотрим влияние объёмного содержания дисперсной фазы на интенсивность колебаний несущей среды крупнодисперсной газовой взвеси ($d = 200$ мкм), продольные составляющие скорости представлены на рис. 2.

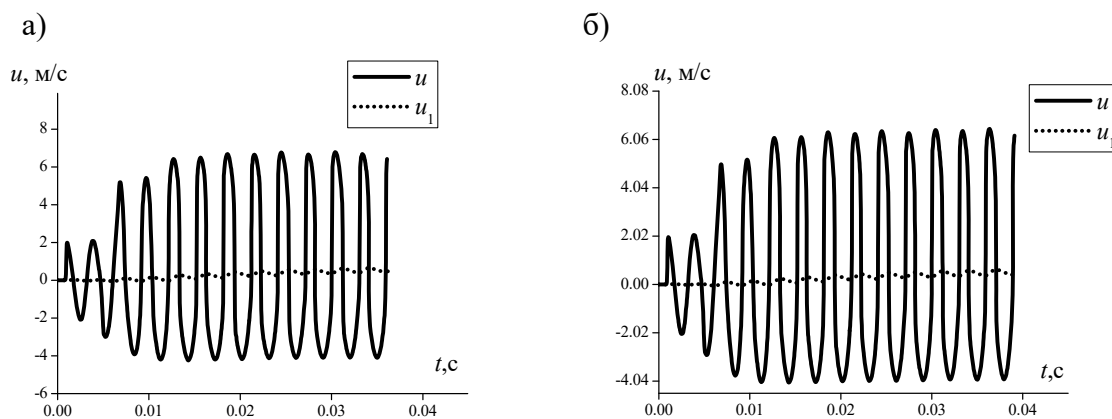


Рис. 2. Продольная составляющая скорости для размера частиц $d = 200$ мкм: а – объёмное содержание дисперсной фазы $\alpha = 0.0001$; б – объёмное содержание дисперсной фазы $\alpha = 0.001$

При увеличении объёмного содержания дисперсной фазы уменьшается величина размаха продольной скорости несущей среды $|u_{\max} - u_{\min}| = U$, для объёмных содержаний $\alpha = 0.0001$ и $\alpha = 0.001$ отношение размаха изменения продольной скорости несущей среды составляет $U_{\alpha=0.001}/U_{\alpha=0.0001} = 0.94$. Отношение размаха изменения продольной скорости дисперсной фазы $|u_{1\max} - u_{1\min}| = U_1$ к соответствующему параметру несущей среды для объёмных содержаний $\alpha = 0.0001$ и $\alpha = 0.001$ составляет соответственно $U_{1\alpha=0.001}/U_{\alpha=0.001} = 0.022$ и $U_{1\alpha=0.001}/U_{\alpha=0.001} = 0.02$

соответственно, это означает, что при большем объёмном содержании дисперсной фазы наблюдается меньшее скоростное скольжение фаз. При колебаниях газозвеси с резонансными частотами происходит дрейф дисперсных включений [1], приводящий к концентрированию частиц (см. рис. 3).

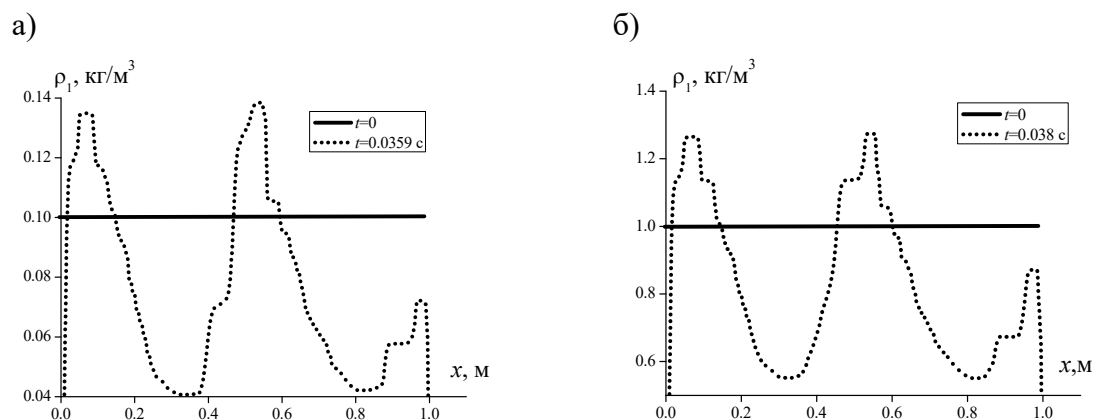


Рис. 3. Средняя плотность дисперсной фазы для размера частиц $d = 200$ мкм: а – объёмное содержание дисперсной фазы $\alpha = 0.0001$; б – объёмное содержание дисперсной фазы $\alpha = 0.001$

Численные расчёты средних плотностей крупнодисперсного аэрозоля $d = 200$ мкм для объёмных содержаний $\alpha = 0.001$ и $\alpha = 0.0001$ демонстрируют, что для меньших объёмных содержаний дисперсной фазы концентрирование крупнодисперсных частиц происходит немного более интенсивно: $\rho_{1\max}/\rho_{1t=0} = 1.28$ и $\rho_{1\max}/\rho_{1t=0} = 1.39$ от начальной средней плотности $\rho_{1t=0}$. Численные расчёты динамики мелкодисперсного аэрозоля $d = 2$ мкм для объёмных содержаний $\alpha = 0.001$ и $\alpha = 0.0001$ демонстрируют, что продольная составляющая скорости дисперсной фазы изменяется так же, как и скорость несущей среды (см. рис. 4).

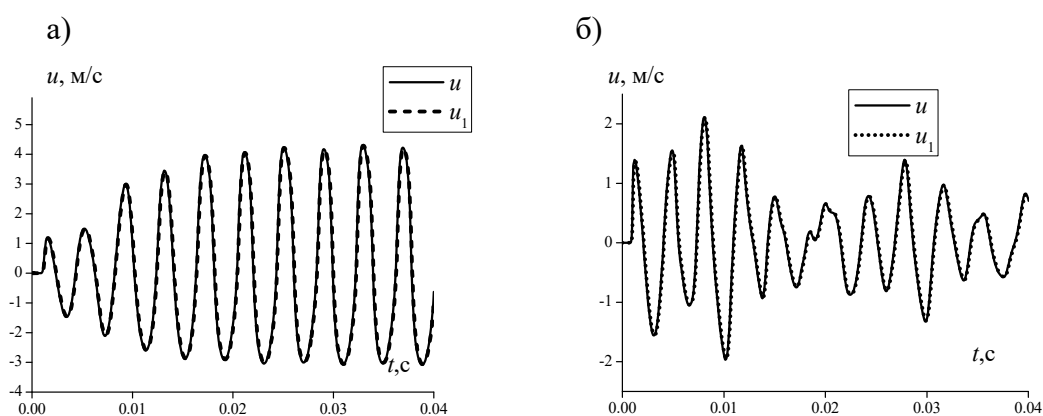


Рис. 4. Продольная составляющая скорости для размера частиц $d = 2$ мкм: а – объёмное содержание $\alpha = 0.0001$; б – объёмное содержание $\alpha = 0.001$

Для объёмного содержания $\alpha = 0.0001$ отношение размаха изменения продольной скорости несущей среды газозвеси при дисперсности частиц $d = 2$ мкм и $d = 200$ мкм составляет $U_{d=2}/U_{d=200} = 0.73$. При увеличении объёмного содержания дисперсных частиц до $\alpha = 0.001$ отношение размаха изменения продольной скорости несущей среды мелко- и крупнодисперсного аэрозоля составляет $U_{d=2}/U_{d=200} = 0.28$. Для мелкодисперсного аэрозоля ($d = 2$ мкм) отношение размаха

изменения продольной скорости несущей среды для объёмных содержаний дисперсной фазы $\alpha = 0.001$ и $\alpha = 0.0001$ составляет $U_{\alpha=0.001}/U_{\alpha=0.0001} = 0.36$.

Выявленные закономерности можно объяснить тем, что при увеличении объёмного содержания при фиксированной плотности дисперсной фазы увеличивается масса дисперсной фазы, а значит, происходит большая потеря кинетической энергии несущей среды. Также интенсивность межфазного взаимодействия определяется площадью контакта несущей среды и дисперсной фазы. При фиксированном объёмном содержании уменьшение линейного размера сферических частиц приводит к уменьшению площади одной частицы в квадратичной пропорции, тогда как общее количество частиц возрастает в кубической пропорции. Следовательно, площадь межфазного взаимодействия при уменьшении линейного размера частиц кратно возрастает. Таким образом, в мелкодисперсных аэрозолях происходит более интенсивное межфазное взаимодействие.

Сопоставление средних плотностей мелкодисперсных аэрозолей ($d = 2$ мкм) для объёмных содержаний $\alpha = 0.001$ и $\alpha = 0.0001$ показывает, что для меньшего объёмного содержания дисперсной фазы процесс концентрирования существенно более интенсивный: $\rho_{1\max}/\rho_{1t=0} = 1.19$ и $\rho_{1\max}/\rho_{1t=0} = 1.8$ (см. рис. 5).

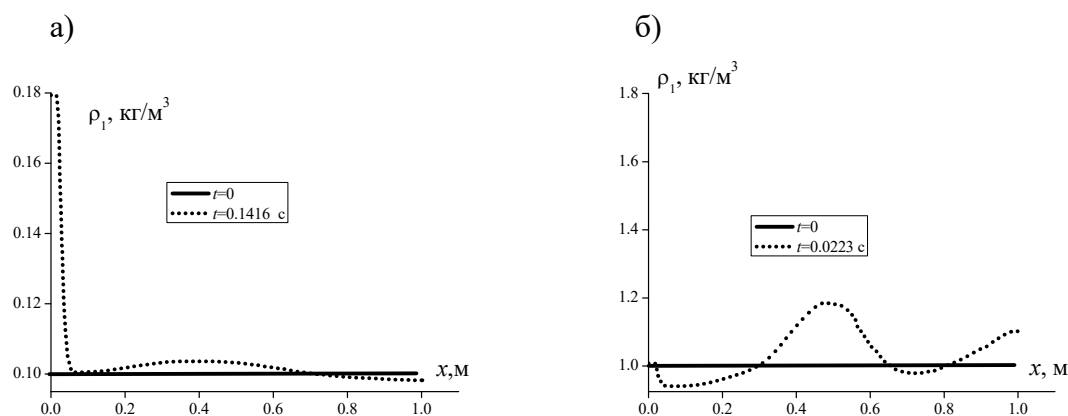


Рис. 5. Средняя плотность дисперсной фазы для размера частиц $d = 200$ мкм:

а – объёмное содержание дисперсной фазы $\alpha = 0.0001$;

б – объёмное содержание дисперсной фазы $\alpha = 0.001$

Выводы. В работе представлены результаты численного моделирования динамики газ-взвеси в акустическом резонаторе – закрытой трубе. Математическая модель реализовывала континуальную методику моделирования динамики неоднородных сред, также учитывались вязкость и теплопроводность несущей среды. Численные расчёты демонстрируют, что при увеличении объёмного содержания дисперсной фазы скорость несущей среды уменьшается как для аэрозолей с мелкодисперсными частицами, так и для аэрозолей с крупнодисперсными частицами. При этом скорость несущей среды в аэрозоле с мелкодисперсными частицами существенно меньше скорости несущей среды в аэрозоле с крупнодисперсными частицами. Скорость дисперсной фазы для мелкодисперсных аэрозолей согласуется со скоростью газа. Скорость дисперсной фазы крупнодисперсных частиц существенно меньше скорости несущей среды. Также расчёты показывают, что для малых объёмных содержаний концентрирование дисперсных включений под действием резонансных акустических колебаний газа происходит более интенсивно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красильников, В. А. Введение в физическую акустику / В. А. Красильников, В. В. Крылов. – М.: Наука, 1984. – 403.
2. Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – М.: Дрофа, 2003. – 784 с.
3. Нигматулин, Р. И. Основы механики гетерогенных сред / Р. И. Нигматулин. – М.: Наука, 1978. – 336 с.

4. Кутушев, А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах / А. Г. Кутушев. – СПб.: Недра, 2003. – 284 с.
5. Федоров, А. В. Волновые процессы в газовзвесах частиц металлов / А. В. Федоров, В. М. Фомин, Т. А. Хмель. – Новосибирск: Параллель, 2015. – 301 с.
6. Григорьев, С. Н. Технологические принципы осаждения износостойких нанопокровов для применения в инструментальном производстве / С. Н. Григорьев // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2010. – № I-1 (1). – С. 92-98.
7. Золотарева, О. Г. Аэрозольная очистка промышленных газов / О. Г. Золотарева // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2013. – № IV-1 (16). – С. 110-114.
8. Романюк, Е. В. Особенности расчёта общего перепада давления на двухслойных фильтрах для очистки воздуха / Е. В. Романюк // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2019. – № II-1 (38). – С. 61-68.
9. Hoda, Y. Aerosol agglomeration by aerial ultrasonic sources containing a cylindrical vibrating plate with the same diameter as a circular tube/ Y. Hoda, T. Asami, H. Miura // Japanese Journal of Applied Physics. – 2022. – Vol. 61. – No SG.
10. Numerical simulation of condensation of natural fog aerosol under acoustic wave action / C. Liu, Y. Zhao, Z. Tian, H. Zhou // Aerosol and Air Quality Research. – 2021. – Vol. 21. – No 4. – P. 1-21.
11. Вараксин, А. Ю. Гидрогазодинамика и теплофизика двухфазных потоков с твёрдыми частицами, каплями и пузырями / А. Ю. Вараксин // Теплофизика высоких температур. – 2023. – Т. 61. – № 6. – С. 926-948.
12. Доброго, К. В. Моделирование башенной испарительной градирни и влияния аэродинамических элементов на её работу в условиях ветра / К. В. Доброго, К. М. Хеммасиан, Е. Е. Ласко // Энергетика. Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ. – 2014. – № 6. – С. 47-60.
13. Численное моделирование газодинамики в центробежном классификаторе / В. Э. Зинуров, А. В. Дмитриев, Н. Ф. Сахибгареев, Д. Н. Латыпов, М. Г. Гарипов // Вестник Технологического университета. – 2021. – Т. 24. – № 12. – С. 128-132.
14. Тукмаков, Д. А. Сопоставление результатов физических экспериментов по нелинейным колебаниям аэрозоля в акустических резонаторах с численными расчётами на основе математической модели гетерогенной сплошной среды / Д. А. Тукмаков, Н. А. Тукмакова // Проблемы механики и управления. Нелинейные динамические системы. – 2019. – Т. 51. – С. 87-96.
15. Тукмаков, Д. А. Численное исследование влияния граничных условий на расчёты динамики полидисперсной газовзвеси / Д. А. Тукмаков // Прикладная математика и механика. – 2024. – Т. 88. – № 3. – С. 422-433.
16. Тукмаков, А. Л. Численное исследование влияния коагуляции на динамику двухфракционной газовзвеси / А. Л. Тукмаков, Д. А. Тукмаков // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2024. – Т. 17. – № 4. – С. 66-81.
17. Флетчер, К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т. 2 / К. Флетчер. – М.: Мир, 1991. – 552 с.
18. Ковеня, В. М. Применение метода расщепления в задачах аэродинамики / В. М. Ковеня, Г. А. Тарнавский, С. Г. Черный. – Новосибирск: Наука, 1990. – 247 с.
19. Музафаров, И. Ф. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа / И. Ф. Музафаров, С. В. Утюжников // Математическое моделирование. – 1993. – Т. 5. – № 3. – С. 74-83.
20. Тукмаков, А. Л. Численное моделирование акустических течений при резонансных колебаниях газа в закрытой трубе / А. Л. Тукмаков // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. – 2006. – № 4. – С. 33-36.